VYUŽITÍ MATLABU PŘI ANALÝZE AKUSTICKO-VIBRAČNÍCH VLASTNOSTÍ UPEVNĚNÍ KOLEJNIC

Jaroslav Smutný, Luboš Pazdera

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav železničních konstrukcí a staveb a Ústav fyziky,
Veveří 95, 662 37 Brno

Abstrakt
Příspěvek se zabývá využitím programového systému Matlab, resp. jeho toolboxů, při realizaci měření a analýz akusticko vibračních vlastností upevnění kolejnic. Součástí příspěvku je úvod do problému, teoretický rozbor i příklad praktické realizace akusticko vibračních měření a analýz. Závěr příspěvku obsahuje shrnutí prezentovaných postupů a z nich plynoucí doporučení pro další měření.

1. Úvod do problematiky

Důležitost měření a analýzy akustických a vibračních jevů je jednoznačná a to jak z hlediska ochrany lidského zdraví, tak i z hlediska bezpečnosti, životnosti a spolehlivosti měřeného zařízení, případně konstrukce. Přesná analýza umožňuje určit zdroje hluku a vibrací a tím i jejich omezení.

Informace o jakémkoliv technickém či fyzikálním ději je v signálu reprezentována časovými změnami okamžité hodnoty fyzikální veličiny, kterou signál popisuje. Přímé vyhodnocení časově-amplitudové reprezentace není v mnoha aplikacích snadné ani výhodné. Proto se provádí transformace signálu z časové do jiné oblasti. V některých případech lze získat důležité informace ve frekvenční oblasti. Pro přechod do této oblasti se používají různé druhy transformací a různé výpočetní metody. Pro převod z časové do frekvenční oblasti je nejpoužívanější a nejznámější metodou Fourierova transformace a její některé modifikace.
Fourierova transformace, případně její modifikace a některé parametrické metody jsou však techniky zvláště vhodné ke zpracování stacionárních (nejlépe ergodických nebo periodických) signálů. Mohou být využity i pro analýzu nestacionárních signálů, pokud nás zajímají pouze frekvenční komponenty obsažené v celém signálu. Nedávají nám přehled o časovém výskytu důležitých frekvenčních složek.

2. Frekvenční analýza

Jedním ze známých postupů frekvenční analýzy zejména pro rekonstrukci a analýzu stacionárních i nestacionárních procesů je neparametrická metoda spektrální analýzy vycházející z diskrétní Fourierovy transformace známá pod názvem Welchova metoda.

Tato metoda je založena na použití diskrétní Fourierovy transformace aplikované na naměřená data, na následném výpočtu kvadrátu modulu a vhodném průměrování. Dílčí spektrogram je určen vztahem:

$$S_i[k] = \frac{1}{U \cdot M^2} \cdot \left| \sum_{m=0}^{M-1} x[m + i \cdot M] \cdot w[m] \cdot e^{\left(\frac{-j2\pi mk}{M}\right)} \right|^2 , \tag{1}$$

kde

$$U = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} w^2[m] \tag{2}$$

je norma vektoru okénkové funkce, $w[m]$ je okénková funkce, x představuje digitalizovaný signál, k počet segmentů, M počet dat v segmentu a j je imaginární jednotka.

Výsledný vyhlazený odhad se získá průměrováním dle vztahu

$$\hat{S} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=0}^{k-1} S_i[k]. \quad (3)$$

Další z osvědčených metod pro analýzu odezvových signálů je metoda Multi-Taper (MTP). Jedná se o neparametrickou metodu vycházející z diskrétní Fourierovy transformace. Vážení dat v časové oblasti je provedeno optimálními okénkovými funkcemi w_k nazývanými "tapers". Jako okénkové funkce se používají tzv. "Slepiánovy funkce". Odhad spektrální hustoty je u této metody popsán následujícími rovnicemi:

$$\hat{S} = \frac{\sum_{k=1}^{K} U_k \cdot X_k(\omega)}{\sum_{k=1}^{K} U_k^2}, \quad (4)$$

kde

$$X_k(\omega) = \frac{1}{N^2} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} w_k \cdot x_n \cdot e^{-\frac{j\omega kn}{N}}, \quad (5)$$

kde $X_k(\omega)$ je diskrétní Fourierova transformace datové série x_n vážené funkcemi w_k, N celkový počet vzorků, K celkový počet použitých okénkových funkcí a U_k suma hodnot k-té vážící funkce

$$U_k = \sum_{n=0}^{N-1} w_k[n]. \quad (6)$$

3. Časově frekvenční analýza

Pro určení časové lokalizace frekvenčních komponent, je nutné využít jiné transformační postupy a jiné výpočetní metody. Jedním z možných postupů, jak analyzovat časový výskyt frekvenčních složek nestacionárních signálů, je použití tzv. časově frekvenčních postupů (transformací). Ty mohou být rozděleny do dvou základních tříd podle výpočetního postupu:

- lineární (zahrnují zejména krátkodobou Fourierovu transformaci a transformace Wavelet)
- nelineární (zahrnují zejména kvadratické Cohenovy, afinní a hyperbolické transformace)

Snad nejznámější metodou k analýze časového výskytu frekvenčních složek nestacionárních signálů je jistá modifikace Fourierovy transformace (FT), nazývaná často krátkodobá Fourierova transformace (STFT - Short Time Fourier Transform).

STFT lokalizuje frekvenční složky v čase s konstantním (lineárním) rozlišením. Základním principem je rozdělení signálu na dostatečně malé realizace, u nichž je možno předpokládat dostatečnou stacionaritu (ergodicitu). To je provedeno multiplikací jisté okénkové funkce a signálu. Na každém takovém výřezu je provedena Fourierova transformace (FT). Okénko se posouvá v čase. STFT poskytuje kompromis mezi časovou a frekvenční reprezentací signálů. Její definiční integrál je

$$STFT_X^{(\omega)}(t', f) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) \cdot g^*(t - t')] \cdot e^{-j2\pi f(t-t')} \cdot dt, \quad (7)$$

kde g je okénková funkce, ‘*’ komplexní konjunkce, t' časové posunutí okénka, $x(t)$ je časová reprezentace signálu.

Protože STFT je počítána Fourierovou transformací okénkem upraveného signálu, je při prezentaci výsledků často používán přepočet na spektrální výkon nebo spektrální výkonovou hustotu.

Další z moderních lineárních metod řešících problémy rozlišení v časové, frekvenční a časově-frekvenční doméně je transformace Wavelet (dále WT). Tato transformace je relativně novou metodou vhodnou pro analýzu nestacionárních a rychle se měnících signálů. Obdobně jako STFT, také WT lokalizuje výskyt frekvenčních složek u nestacionárních signálů v čase. WT poskytuje tzv. analýzu signálu s vícenásobným rozlišením, která se provádí aplikací postupně rozšiřované okénkové funkce. Pro analýzu vysokých frekvencí se používá úzké okno a naopak pro analýzu nízkých frekvencí okno široké. Signál je při této transformaci rozložen do sady jistých funkcí (zvaných waveletů). Základní funkcí transformace je tzv. mateční wavelet. Další funkce jsou odvozovány z matečního waveletu jeho postupným rozšiřováním a posunem v čase. Originální signál může být rekonstruován inverzní transformací Wavelet. Spojitá Wavelet transformace je definována integrální rovnicí

$$WT(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \Psi^{*}\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \cdot dt, \tag{8}$$

kde parametr τ představuje časové posunutí, s je měřítko, Ψ je transformační funkce, která se nazývá základní nebo-li mateční wavelet, $x(t)$ je analyzovaný signál.

Pro praktické potřeby analýzy odezvových signálů je velmi dobře použitelná třída Cohenových transformací, která je definivána základním vztahem

$$C_x(t, \omega; \psi) = \left(\frac{1}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot \iiint e^{-j\cdot\theta\cdot t - j\cdot\tau\cdot\omega + j\cdot\theta\cdot u} \cdot \psi(\theta, \tau) \cdot x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^{*}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot du \cdot d\tau \cdot d\theta, \tag{10}$$

kde symbol x představuje signál, t je čas, τ je časové posunutí, ω úhlová frekvence, θ frekvenční posunutí, $\psi(\theta, \tau)$ je jádrová funkce příslušné transformace. Například pro transformaci Wigner a Rihaczek, které patří do Cohenovy třídy, se dá odvodit korespondující jádrová funkce:

$$\begin{gathered} \psi(\theta, \tau) = 1 \\ \psi(\theta, \tau) = e^{\frac{j\cdot\theta\cdot\tau}{2}} \end{gathered} \tag{11}$$

Koeficienty $C_x\ (t, \omega; \psi)$ mohou být interpretovány jako dvourozměrná Fourierova transformace vážená autokorelační funkcí zpracovávaného signálu. Rovnice (10) se pak dá přepsat do tvaru

$$C_x(t, \omega) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \iint A_x(\theta, \tau) \cdot \psi(\theta, \tau) \cdot e^{-j\cdot\tau\cdot\omega} \cdot e^{j\cdot\theta\cdot t} \cdot d\tau \cdot d\theta, \tag{12}$$

kde $A_x(\theta, \tau)$ je autokorelační funkce signálu $x(t)$ daná rovnicí

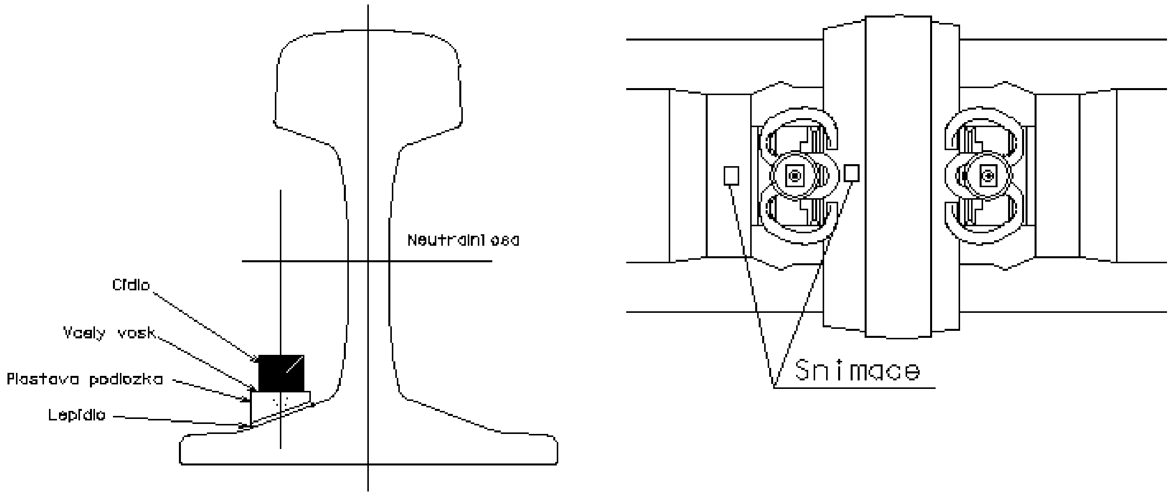
$$A_x(\theta, \tau) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^{*}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot e^{j\cdot\theta\cdot t}. \tag{13}$$

Poznamenejme, že všechny integrály jsou nevlastní, tj. od $-\infty$ do $+\infty$. Vážící funkce $\psi(\theta, \tau)$ se často nazývá jádrovou funkcí. Jádrová funkce jednoznačně určuje vlastnosti dané transformace. Součin $A_x(\theta, \tau) \cdot \psi(\theta, \tau)$ je znám pod názvem charakteristická funkce. Protože autokorelační funkce představuje bilineární operaci na zpracovávaném signálu, objevují se ve výsledném zobrazení příspěvky od křížových komponent, které pak zhoršují výsledné rozlišení. Tento efekt je možné omezit vhodnou volbou jádrové funkce (11).

4. Měření v laboratoři

Akusticko vibrační měření byla realizována na několika kolejových roštech s různým typem upevnění, které byly umístěny v mechanické laboratoři Ústavu železničních konstrukcí a staveb Fakulty stavební VUT v Brně.

Vzhledem k omezenému rozsahu příspěvku je prezentováno měření a analýza odezvy na mechanický ráz na zkušebním kolejovém roštu o celkové délce 2,5 m. Tento rošt byl sestaven z betonových pražců B 91, na nichž byly upevněny kolejnice konstrukčního tvaru UIC 60 s pružným upevněním VOSSLOH (pod kolejnicemi pryžové podložky, vzdálenost pražců 600 mm, rozchod koleje 1435 mm). Jde o sestavu, která se běžně využívá zejména na modernizovaných tratích železničních koridorů. Odezva na mechanický ráz byla měřena soupravou s kostkovým akcelerometrickým snímačem pro modální a strukturální analýzu od firmy Brüel&Kjaer umístěným na patě kolejnice a na pražci v blízkosti kolejnicového upevnění. Signál od akcelerometrických snímačů byl zesílen a filtrován jednotkou Bruel & Kjaer. K převodu měřených dat do digitální podoby byla použita vysokorychlostní universální karta PCL 818HD od firmy Advantech, která byla řízena měřícím software vytvořeným za podpory knihoven Real Time Toolbox pod systémem Matlab. Vzorkovací frekvence byla zvolena 10 kHz. Výsledkem měření byl nasnímaný a digitálně zaznamenaný elektrický signál úměrný hladině zrychlení v místě uchycení každého snímače (viz. Obr. 1).



Obr. 1 Umístění snímačů na kolejnici a pražci

K hodnocení naměřených signálů byl využit programový systém Matlab s knihovnami Signal Processing a Wavelet. Součástí těchto knihoven jsou jak časové a frekvenční (Fourierovy transformace a její modifikace), tak i časově frekvenční postupy (Krátkodobá Fourierova transformace, transformace Wavelet atd.). V tomto programovém prostředí byl vytvořen komplexní programový systém k realizaci měření a následnému zpracování naměřených dat. Použité knihovní funkce byly náležitě upraveny a optimalizovány pro potřeby akusticko vibračních měření a analýz.

Grafy na obr. 2 a 3 představují časový průběh odezvových signálů a frekvenčních spekter získaných při aplikaci metody na mechanický ráz u snímačů umístěných na patě kolejnice, resp. na pražci v blízkosti kolejnicového upevnění. Z časového záznamu je patrné, že hodnoty zrychlení naměřené u snímače na pražci jsou podstatně nižší, než u snímače umístěného na patě kolejnice, který byl umístěn blíže u zdroje mechanického impulsu.

U signálu ze snímače umístěném na kolejnici (obr. 2) byly zjištěny čtyři význačné frekvence (1,9 kHz, 3,3 kHz, 4,3 kHz, 4,9 kHz). Nejvýznamnější složka je na 1,9 kHz. U signálu ze snímače umístěném na pražci (obr. 3) byly zjištěny význačné složky na frekvencích 150 Hz, 700 Hz, 1,9 kHz, 3,8 kHz a 4,1 kHz. Nejvýznamnější frekvenční složky obsažené v signále jsou na 150 Hz a 700 Hz. Podstatně rychleji jsou tlumeny frekvenční složky nad 2 kHz. Pouze složka 1,9 kHz je zachována v plném rozsahu. Toto zjištění je dáno skutečností, že beton a systém upevnění kolejnice podstatně více tlumí jednotlivé extrémní složky zejména na vyšších frekvencích vlivem vlastností použitých materiálu a vlivem útlumu změnou materiálu v přenosové cestě.

Porovnáním spektrální výkonové hustoty transformace Wavelet, resp. Rihaczek signálu ze snímače umístěného na pražci (obr. 5 a obr. 7) a ze snímače umístěného na kolejnici (obr. 4 a obr. 6) je patrné významné posunutí extrémních hodnot k nižším frekvencím. Výrazně převažují maxima pod 1 kHz. Zvlášť frekvence 150 Hz má dlouhou dobu trvání (35 ms) při útlumu menším než 20 dB. Obě charakteristiky mají význačnou složku na 1,9 kHz, u signálu ze snímače umístěném na pražci s nižší dobou trvání 12 ms.

Z obr. 4 až obr. 7 je dále patrné, že na rozdíl od lineárních metod, u kterých je rozlišení omezeno jistou okénkovou funkcí, kvadratické metody (v našem případě transformace Rihaczek) poskytují výborné rozlišení jak ve frekvenční, tak i v časové oblasti. Vyšší rozlišení umožňuje lepší lokalizaci význačných frekvenčních komponent. v čase. Kvalita časového i frekvenčního rozlišení při zpracování signálu odezvy na mechanický ráz je u transformace Rihaczek zabezpečena vhodnou volbou jádrové a autokorelační funkce

5. Závěry vyplývající z měření a analýz

Na základě provedených analýz naměřených signálů jak při měření odezvy na mechanický ráz, tak při reálných měřeních v terénu na železničním a tramvajovém svršku při porovnání použitých metod frekvenční a časově-frekvenční analýzy lze formulovat následující závěry a doporučení:

- Porovnáním hodnot spektrální výkonové hustoty v závislosti na frekvencích vypočítaných vyhlazovacími metodami lze usoudit, že metody Welchova a Multi-Taper dávají přibližně stejné průběhy, které se blíží hodnotám vypočítaným klasickou metodou, tj. použitím „nevyhlazené" Fourierovy transformace. Je vhodné poznamenat, že výsledky obou dvou metod jsou ovlivněny vhodnou volbou vstupních parametrů, tj. počtem a šířkou zpracovávaných segmentů, překrytím segmentů, dále pak volbou vhodné vážící okénkové funkce.
- Metody časově-frekvenční analýzy rozšiřují informace o daném technickém ději tím, že určují časovou lokalizaci frekvenčních složek, tj. určují velikost spektrální výkonové hustoty na jednotlivých frekvencích v příslušném časovém okamžiku.
- Z prezentovaných matematických prostředků signálové analýzy je výhodné použít pro časovou lokalizaci výskytu frekvenčních složek stacionárních a nestacionárních signálů jak lineárních (např. STFT, WT), tak i nelineárních časově frekvenčních postupů (zejména transformace Rihaczek)
- Krátkodobá Fourierova transformace je jedním ze základních a také (z hlediska času výpočtu) rychlých postupů pro časově-frekvenční analýzu signálů. Přesnost a vhodnost této metody závisí na volbě okénkové funkce, její velikosti a na překrytí jednotlivých segmentů. Aplikace metody vyžaduje získání určité zkušenosti pro nastavení vhodných vstupních parametrů a také pro následnou interpretaci jejího spektra.
- Transformace Wavelet je vhodná zejména k analýze a rekonstrukci různých typů nestacionárních signálů získaných například při měření vibrací a napjatosti. Tato transformace může najít uplatnění všude tam, kde se nevystačí s klasickými prostředky frekvenční analýzy signálů (tedy Fourierovou transformací), ale kde je potřeba frekvenční analýzu provádět i v závislosti na čase. Obvyklou výhodou spojité transformace Wavelet je skutečnost, že pro různá frekvenční pásma se používají časová okénka různých šířek a že frekvenční oblast je rozdělena logaritmicky. Má však nezvyklý tvar zobrazení informací o analyzovaném signálu, neboť se blíží více vlastnostem korelační funkce, ke které je přiložena informace o funkcích vyskytujících se v daných časových okamžicích. Z tohoto důvodu je vhodné ji popisovat společně s některou další frekvenční, či časově frekvenční metodou. Snadnost interpretace výsledků metody do jisté míry závisí také na typu zvoleného matečního waveletu.
- Wignerovo spektrum představuje vhodný transformační postup, který poskytuje dobré rozlišení v časové i frekvenční oblasti. Nevýhodou, zejména při zpracování reálných signálů s velkým počtem vzorků, je časová náročnost výpočtu a nároky na relativně velkou operační i diskovou paměť počítače. Další nevýhodou se jeví nedostatečné

potlačení příspěvků od křížových komponent, což se projevuje horší čitelností časově frekvenčního spektra.

- Jak k účelům testování akusticko vibračních vlastností, např. upevnění kolejnic, tak i k vyhodnocení dalších reálných měření v terénu je výhodné využít časově frekvenčních transformačních postupů z Cohenovy třídy, zejména pak transformace Rihaczek. Tyto transformace se vyznačují vysokou rozlišovací schopností v časově frekvenční rovině, což se projevuje přesnou lokalizací význačných frekvenčních komponent v čase.
- Analýza nestacionárních signálů získaných při měření vibrací s využitím časově frekvenčních metod poskytuje nový detailnější pohled na přechodové a nestacionární charakteristiky železničních a tramvajových konstrukcí. Tím poskytuje materiál pro důkladnou analýzu těchto konstrukcí, která může být důležitá pro následnou optimalizaci stavebních a provozních podmínek. Nezanedbatelná je i skutečnost, že časově frekvenčními postupy analyzované dynamické zatížení železničních a tramvajových konstrukcí poskytuje reálné vstupy pro následné sestavení matematických modelů.
- Další významnou oblastí, kde je možné tyto moderní matematické prostředky využít, je výzkum a realizace ochranných opatření, která omezují zdroje hluku a vibrací a jejich šíření do okolí. K tomu je důležité určení jak hlavních zdrojů hluku a vibrací, tak i cest, kudy se šíří. Zásadního významu zde nabývá reálné a správné měření veličin charakterizujících hluk a vibrace a jejich následná analýza.

6. Shrnutí

Spojení měření a "numerické" matematické analýzy je důležitým krokem k získávání dalších informací o sledovaném technickém ději. Tedy ke spojení matematických znalostí a postupů s požadavky praxe. Využití programového systému Matlab, a zvláště jeho aplikačních knihoven, je velmi výhodný způsob k relativně snadné a adaptibilní analýze změřených časových signálů. Časově frekvenční analýza společně s časovou a frekvenční analýzou umožňuje získání komplexnějších informací o měřeném signálu než tomu bylo doposud.

Použitá literatura

[1] Firemní dokumentace k programu Matlab

[2] L. Cohen, "Time-frequency distributions - a review," Proc. IEEE, vol. 77, no. 7, pp. 941-981, July 1989

[3] J.C. O'Neill, "Quartic Functions for Time-Frequency Analysis with Applications to Signal Adaptive Kernel Design," SPIE -- Advanced Signal Processing Algorithms, 1997

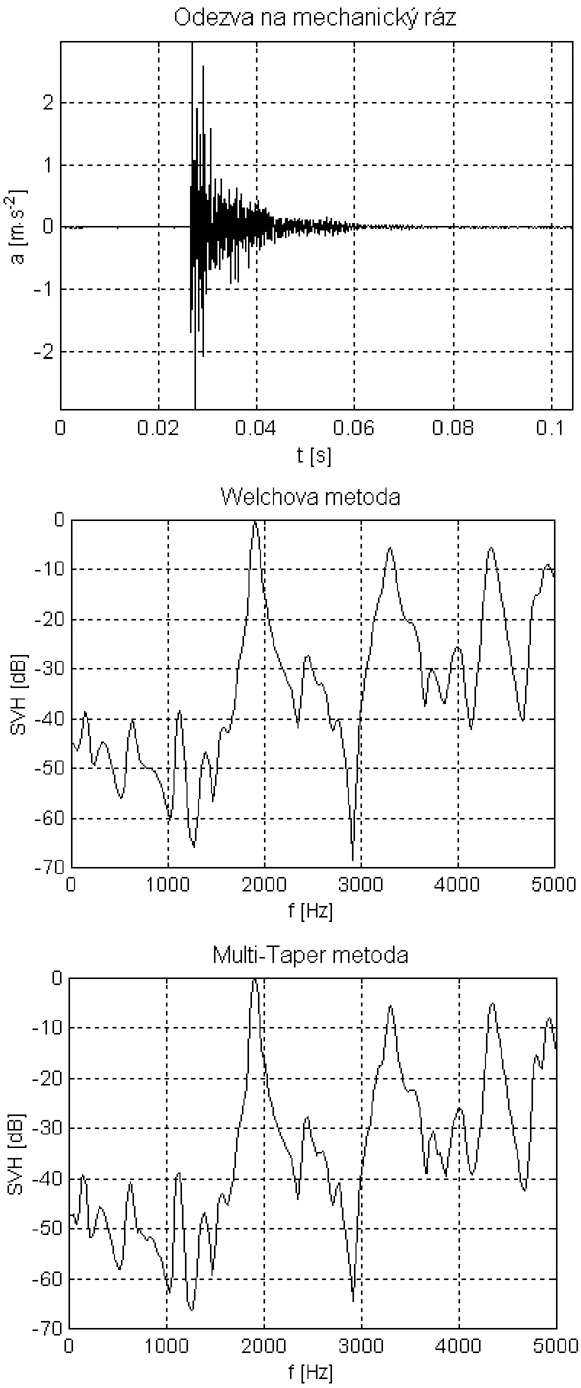
[4] J.C. O'Neill and W.J. Williams, "Distributions in the Discrete Cohen Classes", Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP, vol. 3, pp. 1581-1584, 12-15 May 1998, Seattle, WA

[5] Smutný J.: Modern methods of noise and vibration analysis applied to rail transport, Ph.D. Thesis, Faculty of Civil Engineering, Technical University Brno, Czech Republic, 1998, pp. 170

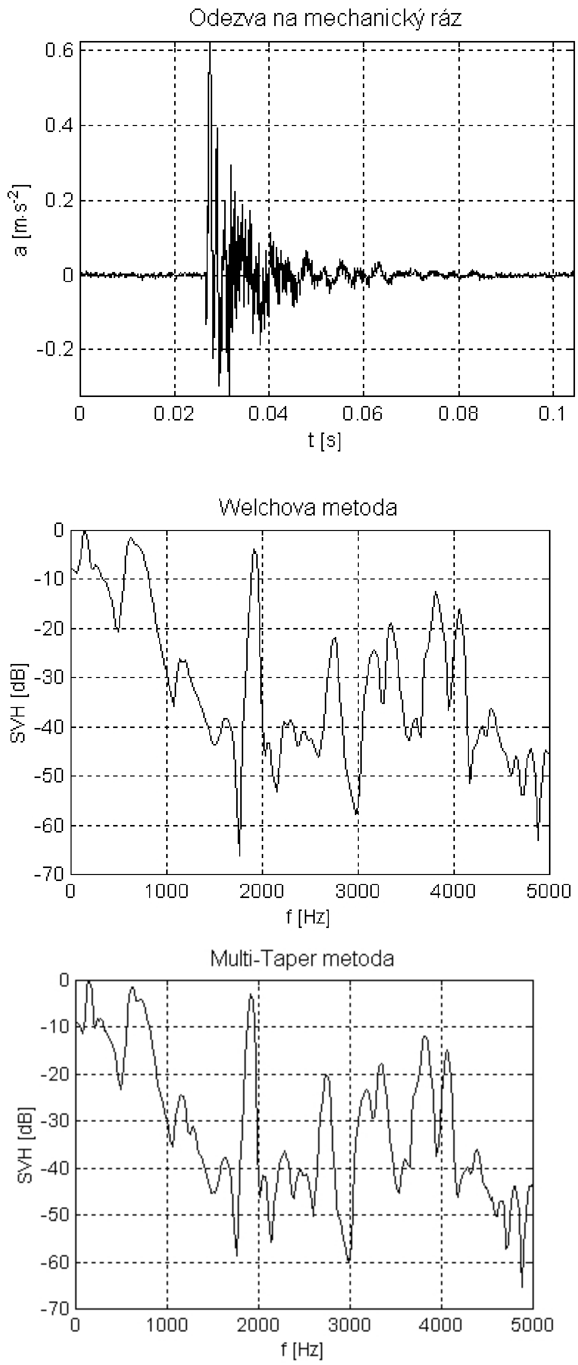
[6] Smutný J.: Analysis of Vibration since Rail Transport by using Wigner-Ville Transform, TRANSCOM 99 - 3-rd European Conference of Young Research and Science Workers in Transport and Telecommunications, Žilina, June 1999, Slovak Republic, pp. 101-104, ISBN 80-7100-616-5

Poděkování

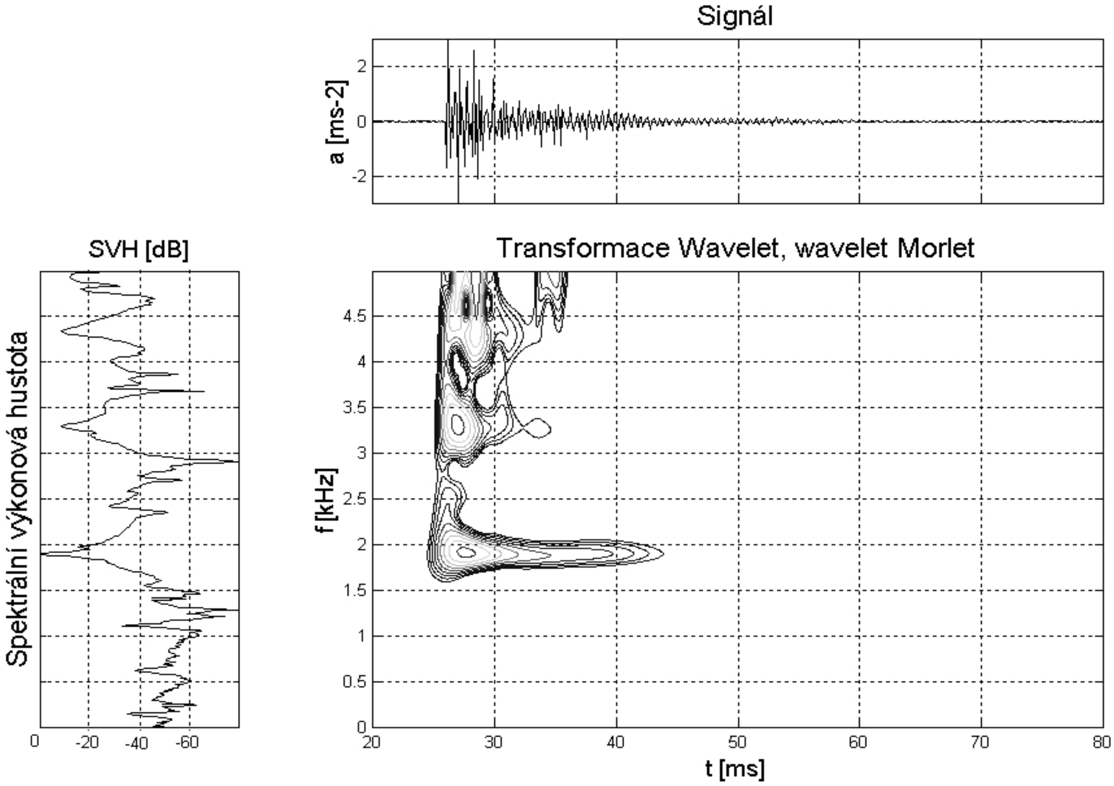
Příspěvek byl vypracován za podpory výzkumného záměru MŠMT registrační číslo CEZ:J22/98:261100007.



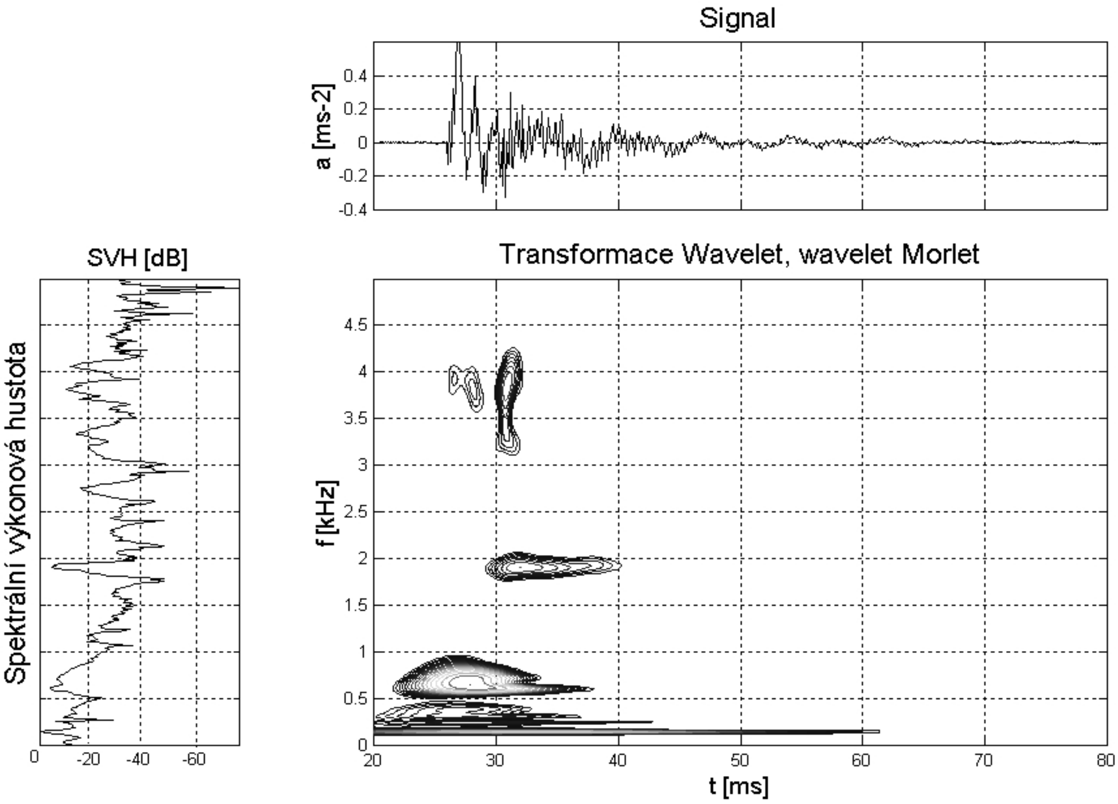
Obr. 2 Snímač na patě kolejnice



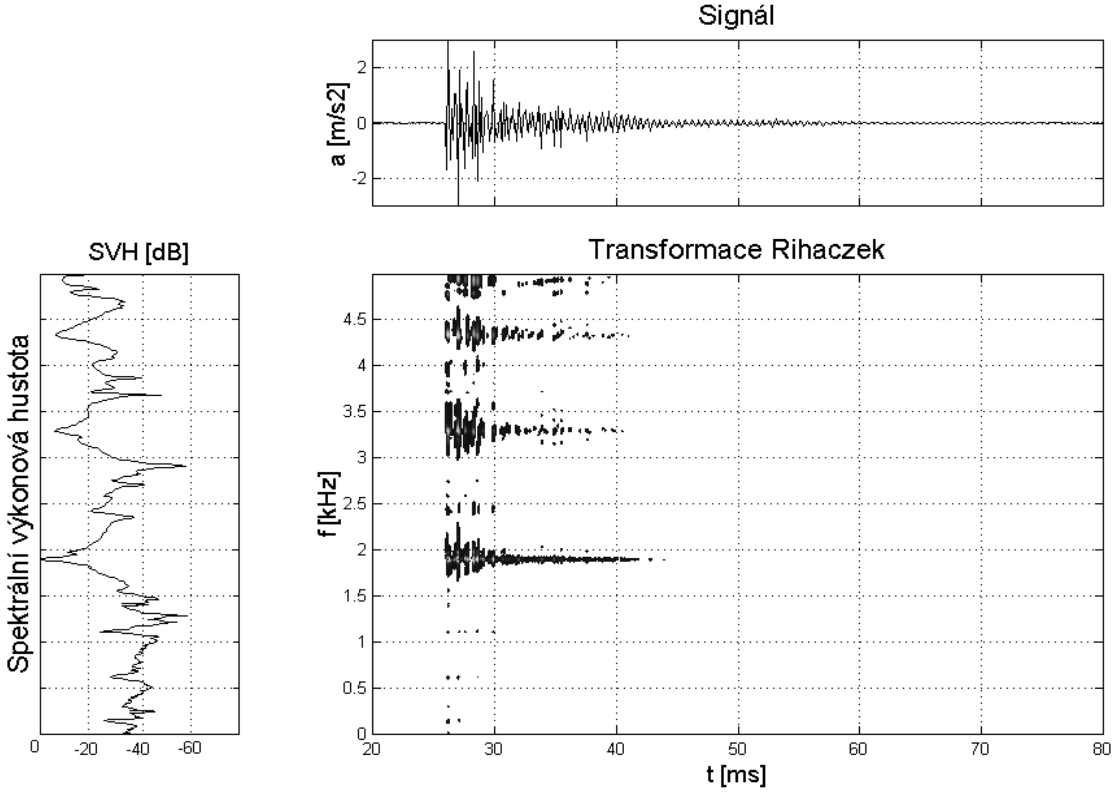
Obr. 3 Snímač na pražci



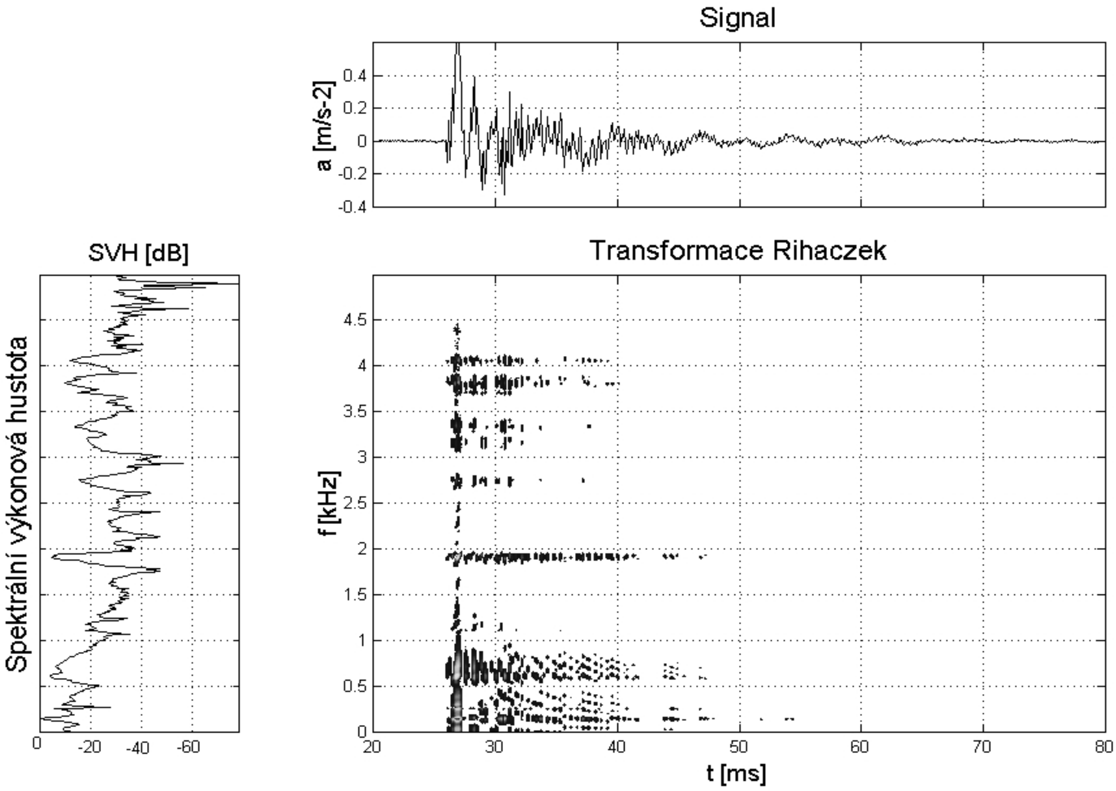
Obr. 4 Snímač umístěný na patě kolejnice kolejového roštu s betonovými pražci, časově frekvenční analýza metodou Wavelet



Obr. 5 Snímač umístěný na pražci v blízkosti kolejnicového upevnění kolejového roštu s betonovými pražci, časově frekvenční analýza metodou Wavelet



Obr. 6 Snímač umístěný na patě kolejnice kolejového roštu s betonovými pražci, časově frekvenční analýza metodou Rihaczek



Obr. 7 Snímač umístěný na pražci v blízkosti kolejnicového upevnění kolejového roštu s betonovými pražci, časově frekvenční analýza metodou Rihaczek