

Interní workshop VŠCHT

Martin Kožíšek, Matouš Lorenc
kozisek@humusoft.cz, lorenc@humusoft.cz
+420 284 011 745, +420 284 011 749

Equation

Show equation assuming:
Study 1, Time Dependent

$$e_a \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = f$$

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

Conservative Flux

-u1x	x
-u1y	y
-u1z	z

Γ

0	x
0	y
0	z

Source Term

f

(alpha-u1)*(u1-1)*u1-u2
epsilon*(beta*u1-gamma*u2-delta)

Damping or Mass Coefficient

d_a

1	0
0	1

Mass Coefficient

e_a

0	0
0	0

Mathematics

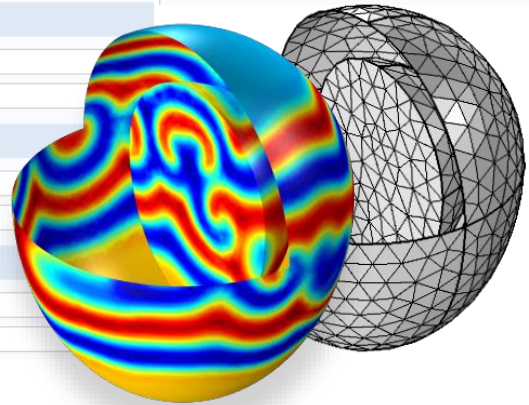
- Δu PDE Interfaces
- $\frac{d}{dt}$ ODE and DAE Interfaces
- Optimization and Sensitivity
- ∇^2 Classical PDEs
- Moving Interface
- Deformed Mesh
- Wall Distance (wd)
- Mathematical Particle Tracing (pt)
- Curvilinear Coordinates (cc)

Show equation assuming:

$0 = \int_{\Omega} \text{weak } \partial V$

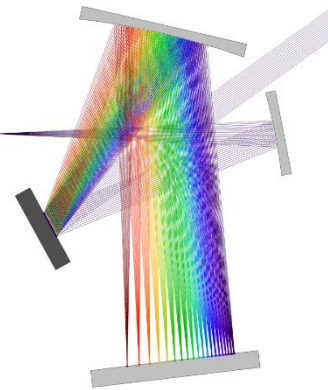
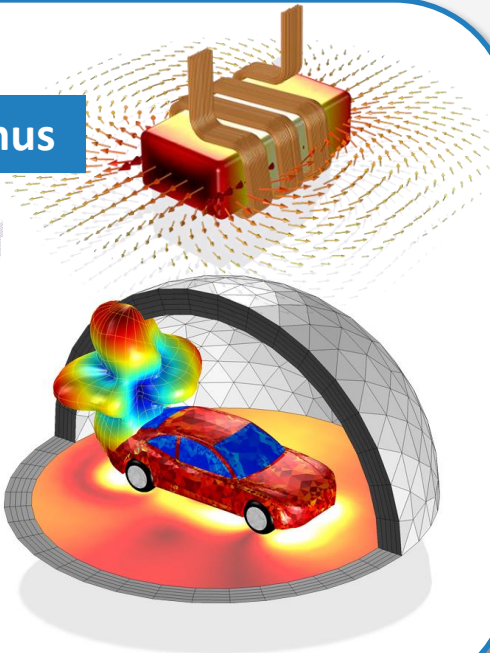
Weak Expressions

weak -test(ux)*ux-test(uy)*uy-test(uz)*uz+1[m^-2]*test(u)



Vlastní PDR / ODR

Elektromagnetismus



- Mathematics
- Δu PDE Interfaces
- $\frac{d}{dt}$ ODE and DAE Interfaces
- Optimization and Sensitivity
- ∇^2 Classical PDEs
- Moving Interface
- Deformed Mesh
- Wall Distance (wd)
- Mathematical Particle Tracing (pt)
- Curvilinear Coordinates (cc)

Show equation assuming:

$0 = \int_{\Omega} \text{weak } \partial V$

Weak Expressions

weak `-test(ux)*ux-test(uy)*uy-test(uz)*uz+1[m^-2]*test(u)`

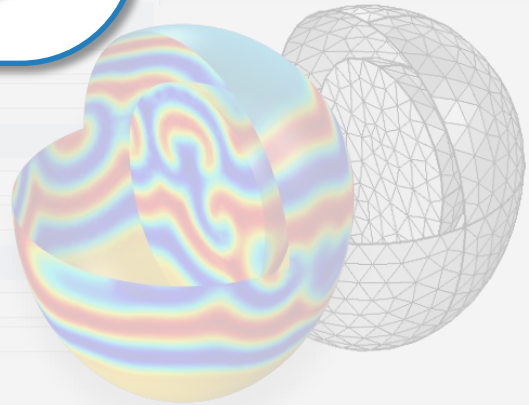
f `epsilon*(beta*u1-gamma*u2-delta)`

Damping or Mass Coefficient

d_a	1	0
	0	1

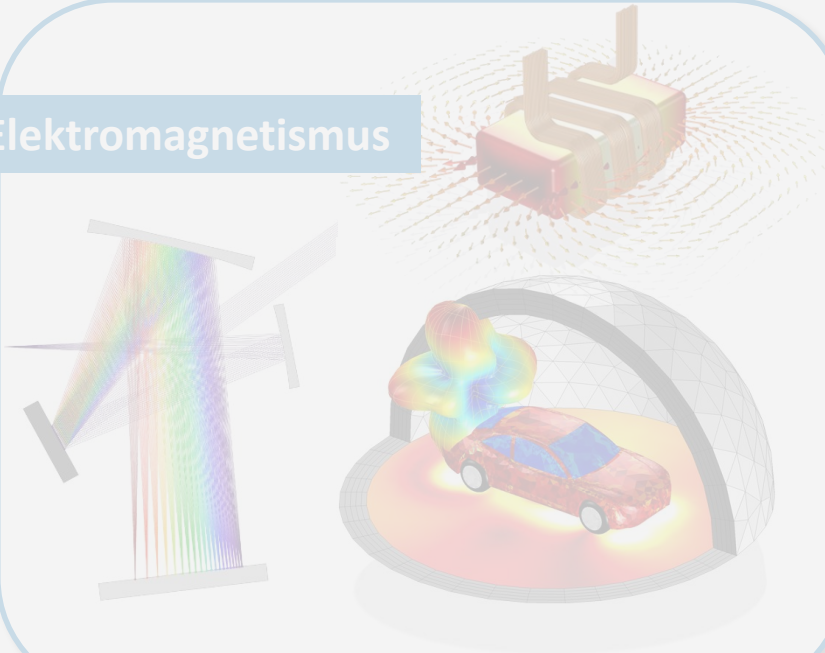
Mass Coefficient

e_a	0	0
	0	0



Vlastní PDR / ODR

Elektromagnetismus



Mathematics

- Δu PDE Interfaces
- $\frac{d}{dt}$ ODE and DAE Interfaces
- Optimization and Sensitivity
- ∇^2 Classical PDEs
- Moving Interface
- Deformed Mesh
- Wall Distance (wd)
- Mathematical Particle Tracing (pt)
- Curvilinear Coordinates (cc)

Show equation assuming:

$$0 = \int$$

weak

f

$$\epsilon \cdot (\beta \cdot u_1 - \gamma \cdot u_2 - \delta)$$

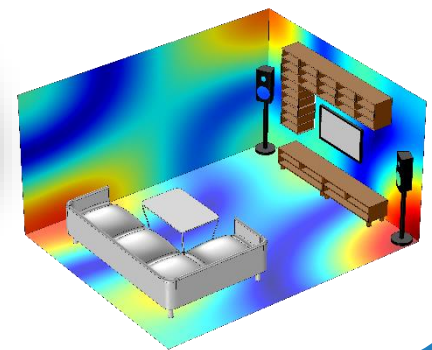
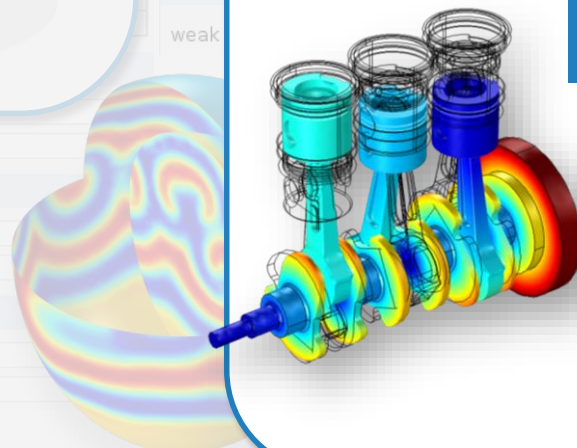
Damping or Mass Coefficient

d_a	1	0
	0	1

Mass Coefficient

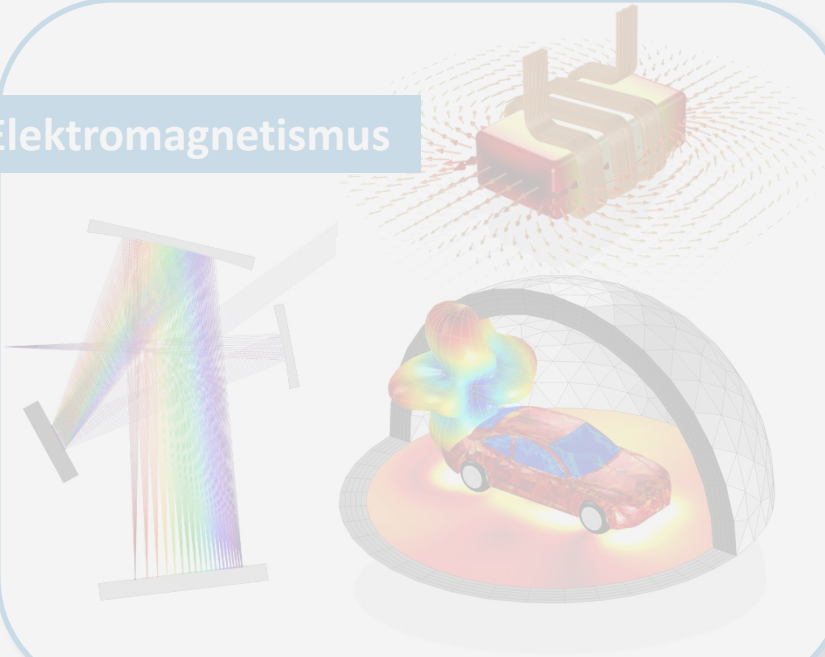
e_a	0	0
	0	0

Strukturální Mechanika a Akustika

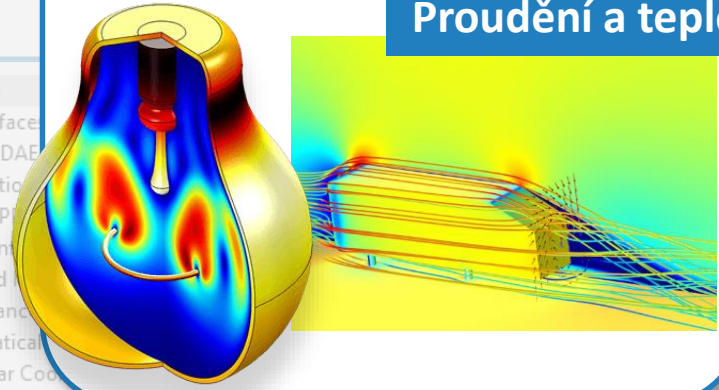


Vlastní PDR / ODR

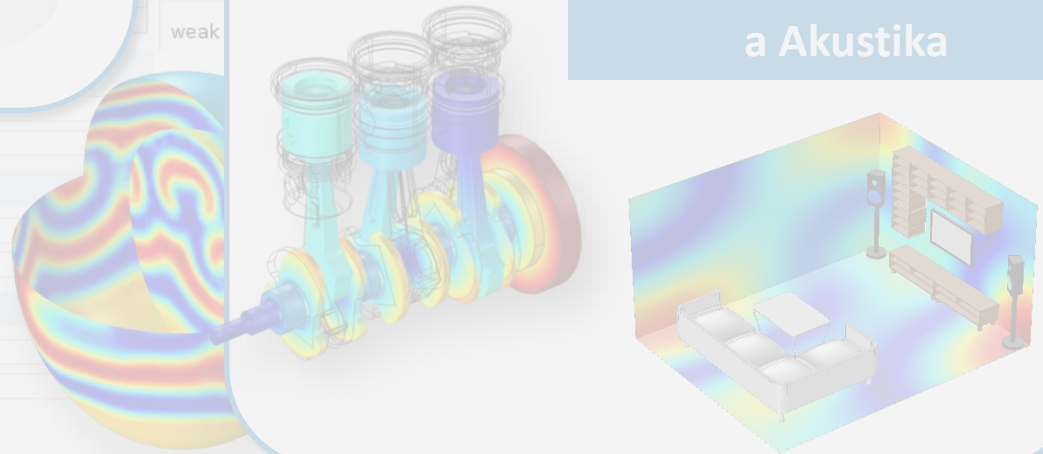
Elektromagnetismus



Proudění a teplo



Strukturální Mechanika a Akustika



Vlastní PDR / ODR

f
epsilon*(beta*u1-gamma*u2-delta)

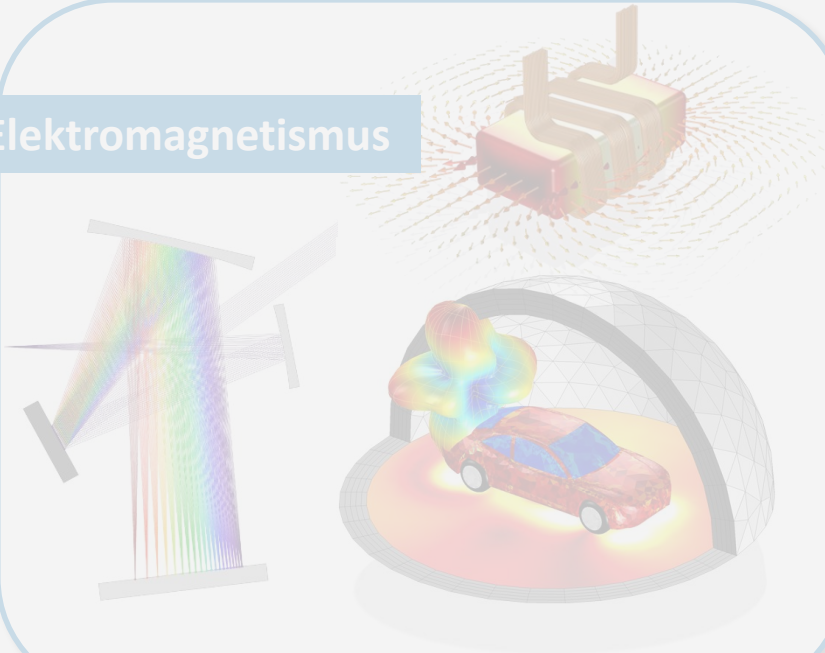
▼ Damping or Mass Coefficient

d_a	1	0
	0	1

▼ Mass Coefficient

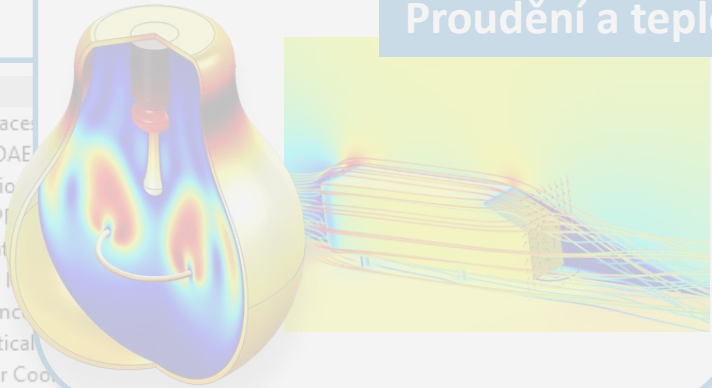
e_a	0	0
	0	0

Elektromagnetismus



Proudění a teplo

- Mathematics
- Δu PDE Interface
- $\frac{d}{dt}$ ODE and DAE
- Optimization
- ∇^2 Classical PDE
- Moving Int.
- Deformed I
- Wall Distanc
- Mathematical
- Curvilinear Coor



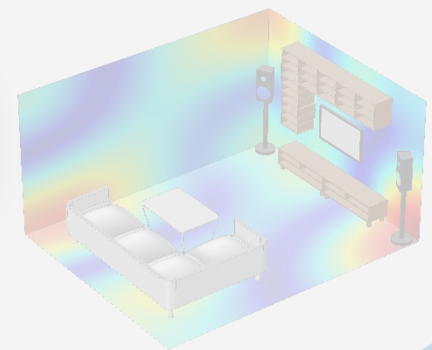
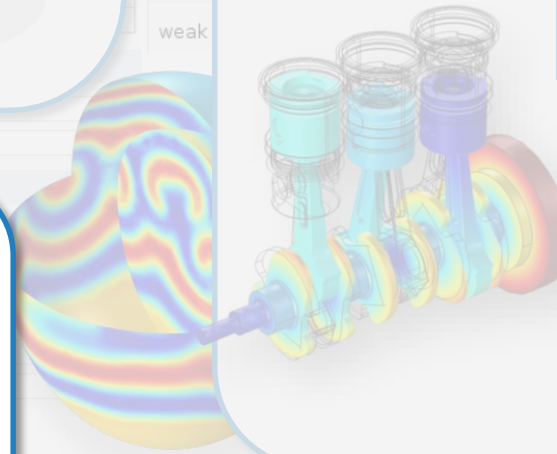
Show equation assuming:

$$0 = \int_{\Omega} f$$

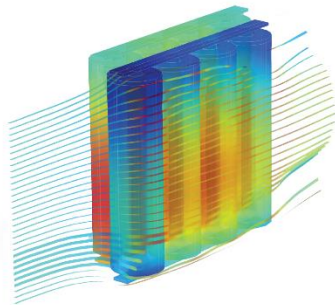
Weak

weak

Strukturální Mechanika a Akustika

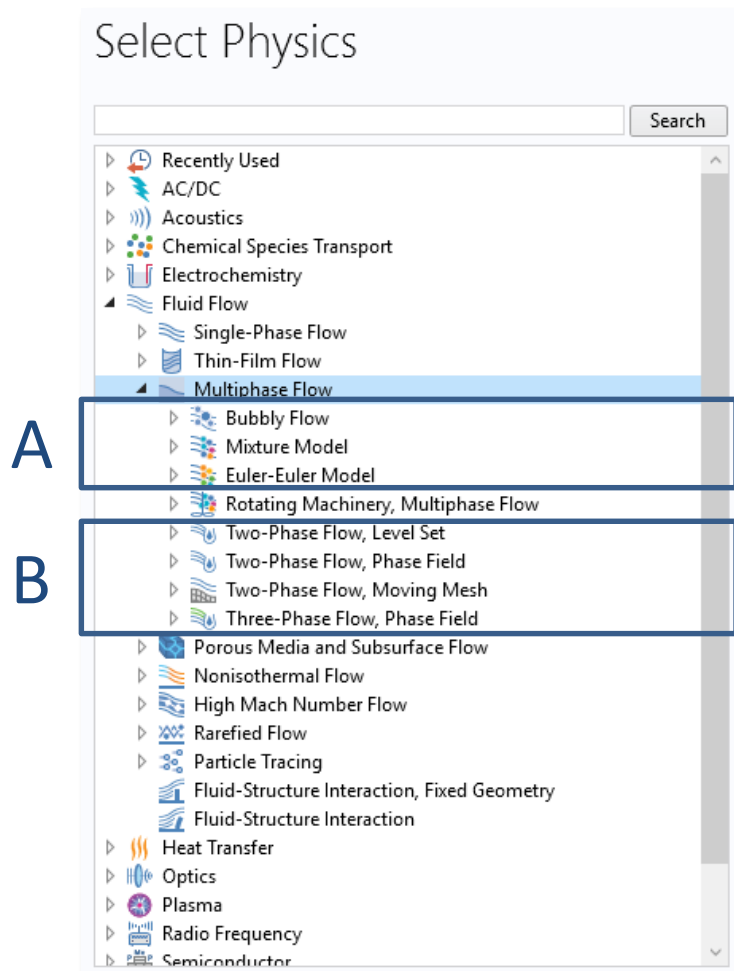


Chemie a elektrochemie



Vlastní PDR / ODR

Modelování vícefázového proudění



Nejjednodušší modely nezachycující fázové rozhraní:
balance hmotnosti + Navier-Stokesovy rovnice
+ přídatná transportní rovnice pro příměs

Složitější modely simulující fázové rozhraní

A) Bubbly Flow + příklad

- Rovnice kontinuity
- Navier – Stokesovy rovnice
- Transportní rovnice bublinek



B) Modely simulující fázové rozhraní

Field-based metody

- Síť je stacionární
- Fázové rozhraní je definováno hodnotou funkce ϕ
- Přídavný člen v N-S a rovnice:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi \cdot u = F$$

Moving mesh metoda

B) Modely simulující fázové rozhraní

Field-based metody

- Síť je stacionární
- Fázové rozhraní je definováno hodnotou funkce ϕ
- Přídavný člen v N-S a rovnice:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi \cdot u = F$$

Level set metoda

- $\phi \in \langle 0; 1 \rangle$
- $\rho = \rho_l + \phi(\rho_g - \rho_l)$
- $\mu = \mu_l + \phi(\mu_g - \mu_l)$

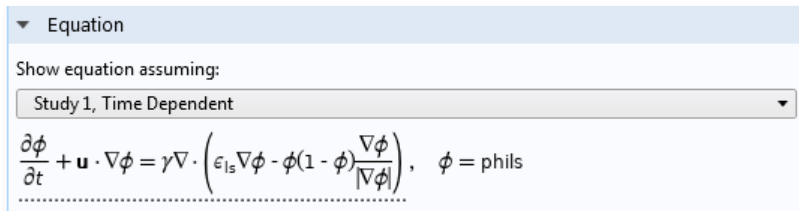
Phase field metoda

- $\phi \in \langle -1; 1 \rangle$
- Rozhodující rozdíl je ve výpočtu F

Moving mesh metoda

B1) Field-based metody

- Pravá strana transportní rovnice $\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi \cdot \mathbf{u} = F$
 - Originální Level set: $F = 0$ (nestabilní)
 - Level set: $F \rightarrow$ rovnice kompaktnosti rozhraní

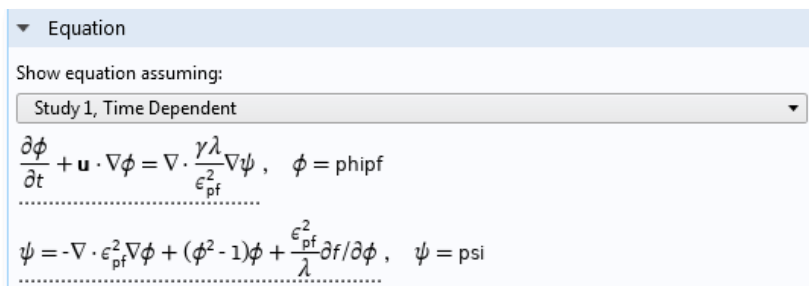


Equation

Show equation assuming:
Study 1, Time Dependent

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left(\epsilon_{ls} \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right), \quad \phi = \text{phils}$$

- Phase field: $F \rightarrow$ minimalizace volné energie



Equation

Show equation assuming:
Study 1, Time Dependent

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot \frac{\gamma \lambda}{\epsilon_{pf}^2} \nabla \psi, \quad \phi = \text{phipf}$$
$$\psi = -\nabla \cdot \epsilon_{pf}^2 \nabla \phi + (\phi^2 - 1)\phi + \frac{\epsilon_{pf}^2}{\lambda} \delta f / \delta \phi, \quad \psi = \text{psi}$$

B2) Field-based metody

- Nový člen do N-S rovnic (povrchové napětí)
 - Level set: počítá se přímo z hodnoty ϕ (resp. z tvaru fázového rozhraní)
 - Phase field: počítá se přesněji z chemického potenciálu a gradientu ϕ na fázovém rozhraní

B3) Nastavení Field-based metod

Equation

Show equation assuming:
Study 1, Time Dependent

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left(\epsilon_{ls} \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right), \quad \phi = \text{phis}$$

Level Set Model

Reinitialization parameter:
 γ gamma_ls m/s

Parameter controlling interface thickness:
 ϵ_{ls} eps_ls m

- **gamma** příliš malé způsobí až nesmyslné trhání fázového rozhraní
- **gamma** příliš velké sníží časový krok ale zvýší kompaktnost rozhraní
- **epsilon** příliš malé zpřesní zachycení fázového rozhraní ale zvýší výpočetní náročnost
- **epsilon** příliš velké sníží výpočetní náročnost ale rozhraní bude zachycené méně přesně

Equation

Show equation assuming:
Study 1, Time Dependent

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot \frac{\gamma \lambda}{\epsilon_{pf}^2} \nabla \psi, \quad \phi = \text{phipf}$$
$$\psi = -\nabla \cdot \epsilon_{pf}^2 \nabla \phi + (\phi^2 - 1) \phi + \frac{\epsilon_{pf}^2}{\lambda} \partial f / \partial \phi, \quad \psi = \text{psi}$$

Phase Field Parameters

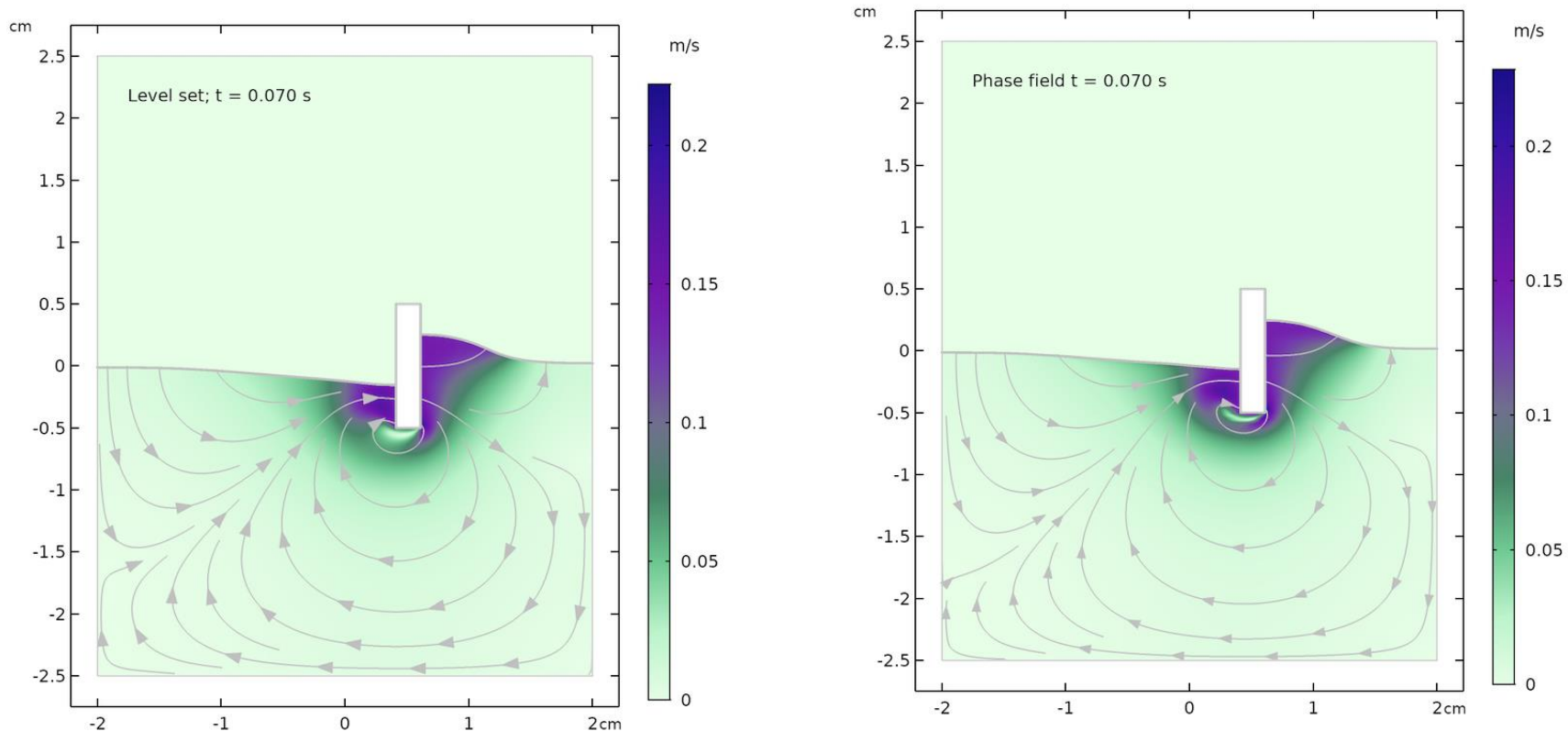
Surface tension coefficient:
 σ Surface tension coefficient (tpf1)

Parameter controlling interface thickness:
 ϵ_{pf} pf.ep_default m

Mobility tuning parameter:
 χ root.mob_t m-s/kg

- **kappa** příliš malé může udělat rovnici nestabilní
- **kappa** příliš vysoké zvýší časovou náročnost ale ostře zachytí fázové rozhraní
- **kappa** je přímo úměrné rychlosti na fázovém rozhraní a nepřímo úměrná povrchovému napětí

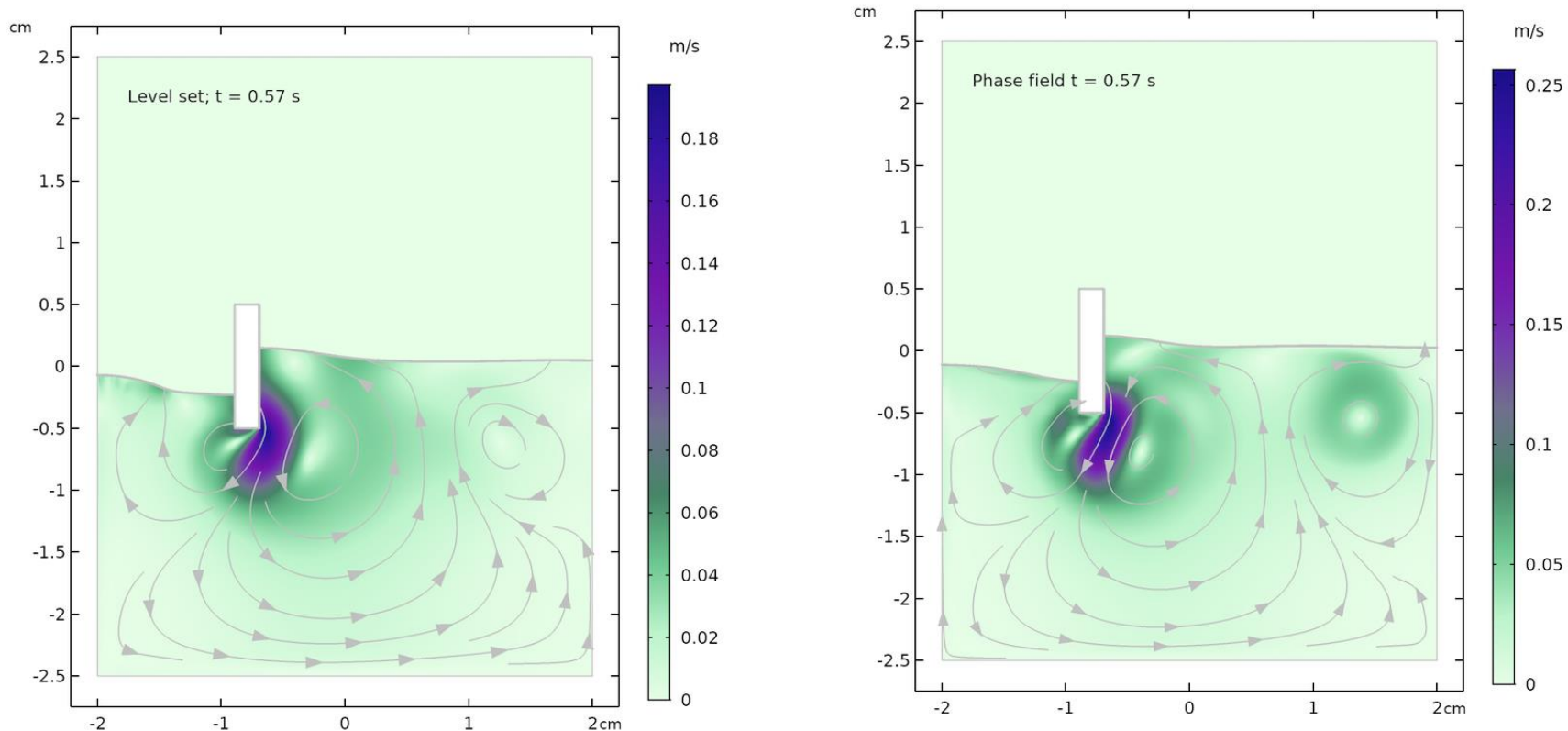
B4) Porovnání Field-based metod



Level set metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

www.comsol.com/blogs/two-methods-for-modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics/

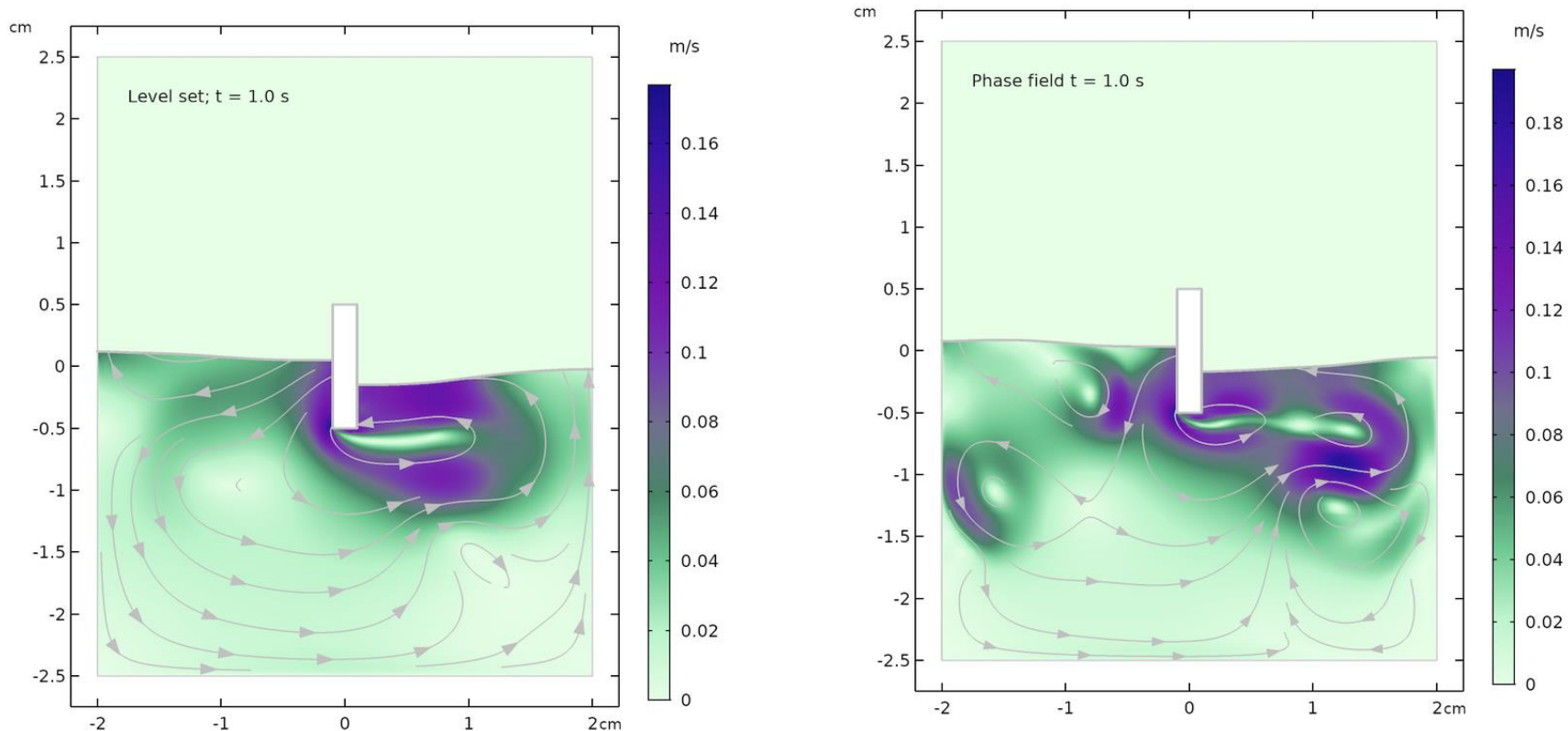
B4) Porovnání Field-based metod



Level set metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

www.comsol.com/blogs/two-methods-for-modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics/

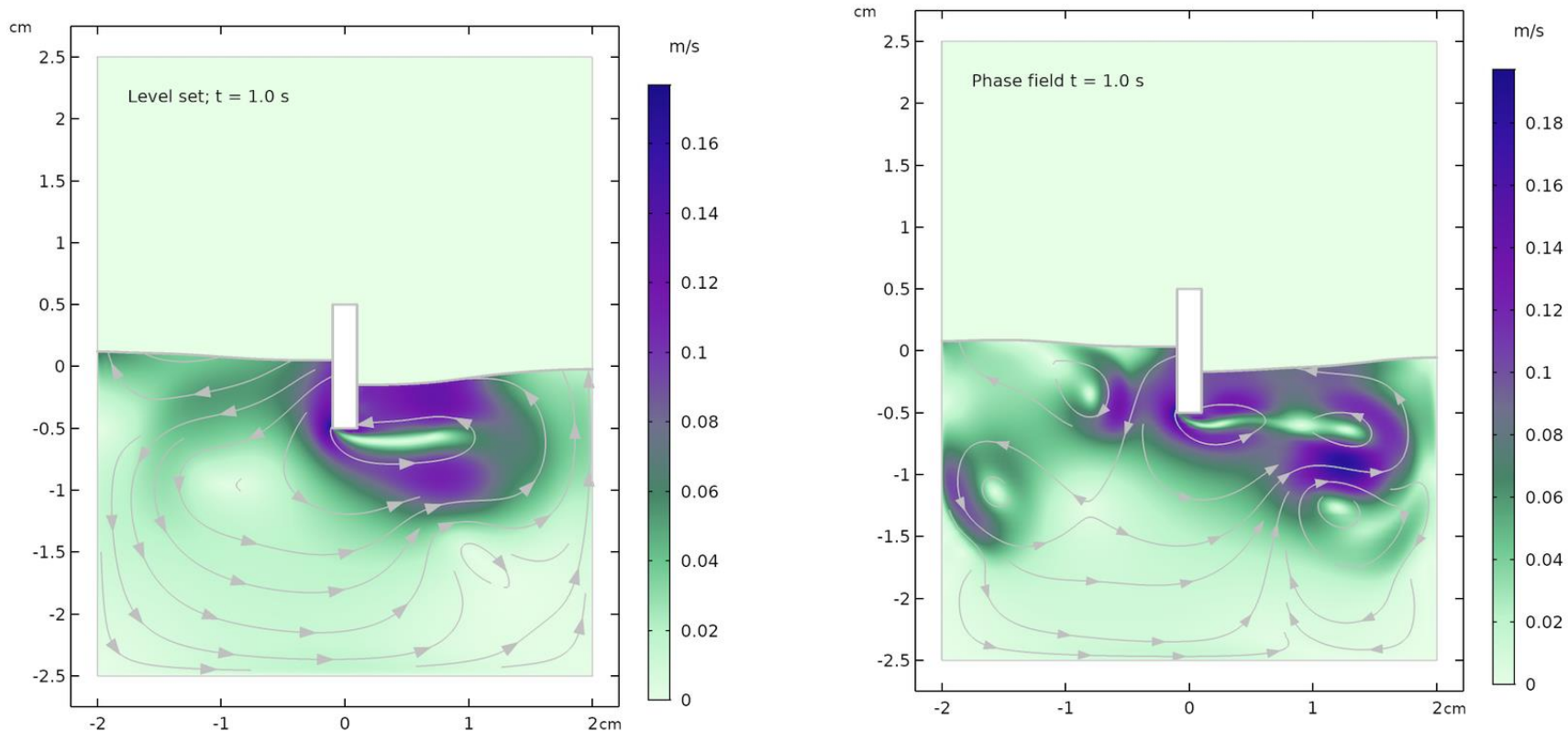
B4) Porovnání Field-based metod



Level set metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

www.comsol.com/blogs/two-methods-for-modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics/

B4) Porovnání Field-based metod



Level set metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

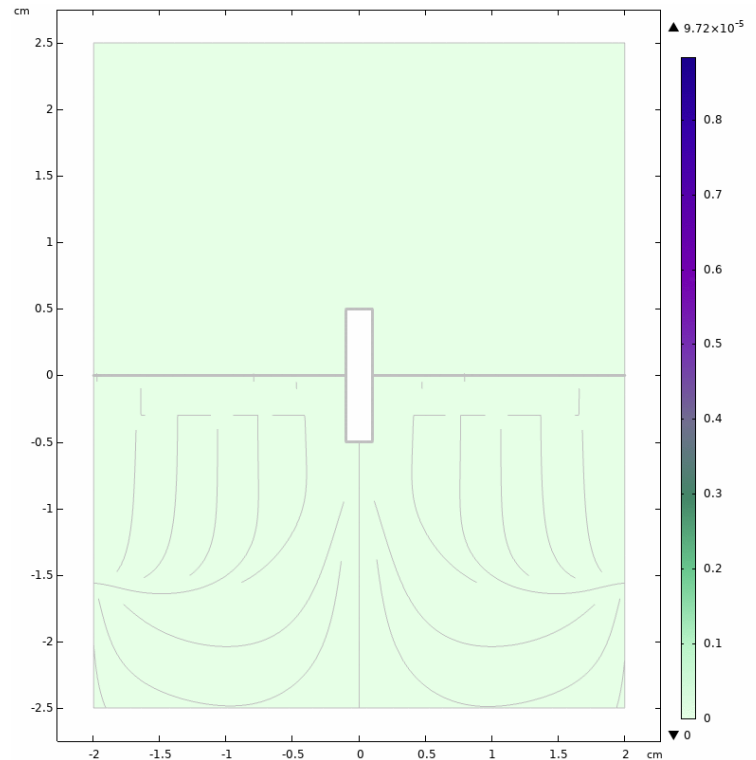
www.comsol.com/blogs/two-methods-for-modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics/

B4) Porovnání Field-based metod

- Metody se liší v přístupu k modelování povrchového napětí
- Phase field metoda má tendenci více uklidňovat hladinu
- Phase field metoda má lepší poměr přesnosti a výpočetního času než Level set metoda (časový krok u srovnávací úlohy cca 5x delší)
- Čím vyšší vliv povrchového napětí, tím je Phase Field metoda lepší volba

B4) Porovnání Field-based metod

- Metody se snadno vypořádávají s topologickými změnami fázového rozhraní (tříštění hladiny, bubliny)
- Metody dokáží počítat proudění nad fázovým rozhraním



Modely simulující fázové rozhraní

Field-based metody

- Síť je stacionární
- Fázové rozhraní je definováno hodnotou funkce ϕ
- Přídavný člen v N-S a rovnice:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \phi \cdot u = F$$

Level set metoda

- $\phi \in \langle 0; 1 \rangle$
- $\rho = \rho_l + \phi(\rho_g - \rho_l)$
- $\mu = \mu_l + \phi(\mu_g - \mu_l)$

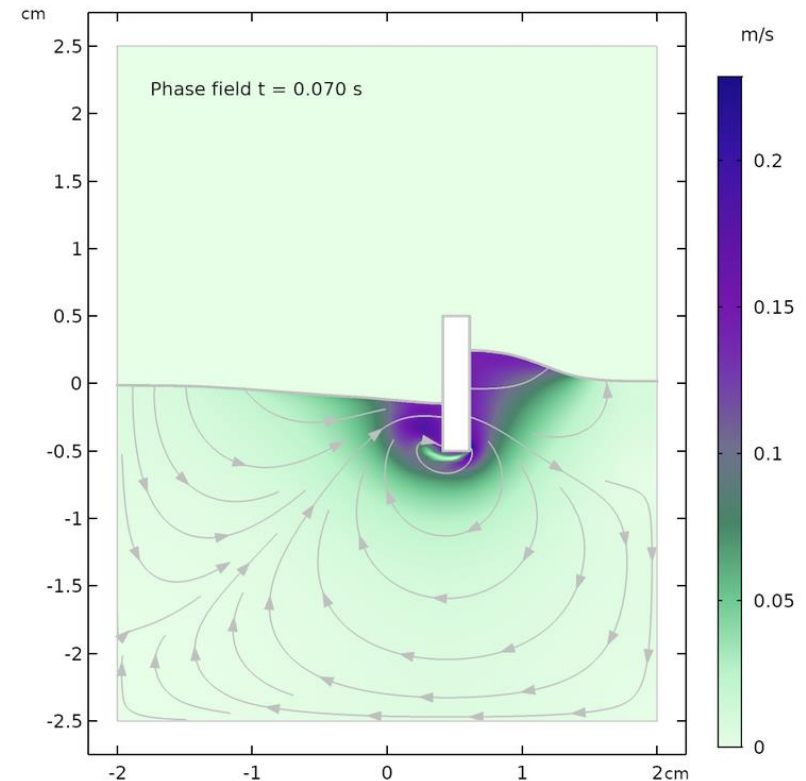
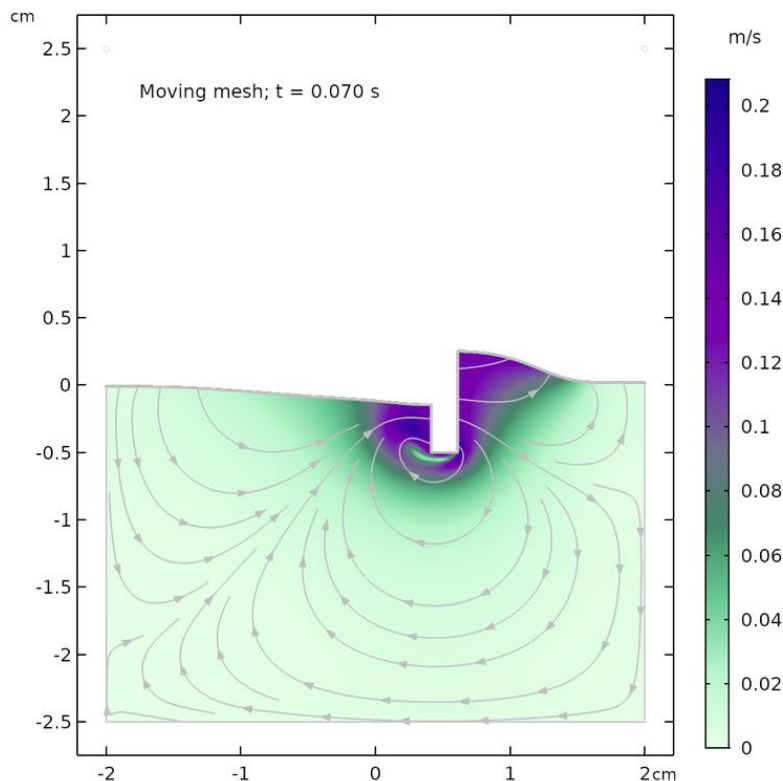
Phase field metoda

- $\phi \in \langle -1; 1 \rangle$
- Rozhodující rozdíl je ve výpočtu F

Moving mesh metoda

- Síť se mění s pohybem rozhraní
- Fázové rozhraní je modelováno jako geometrická plocha (křivka) oddělující dvě domény
- Povrchové tření a ostatní síly se díky tomu přidávají jako okrajové podmínky.
- Výpočet proudění (v pohyblivých souřadnicích) + rovnice pro pohyb sítě

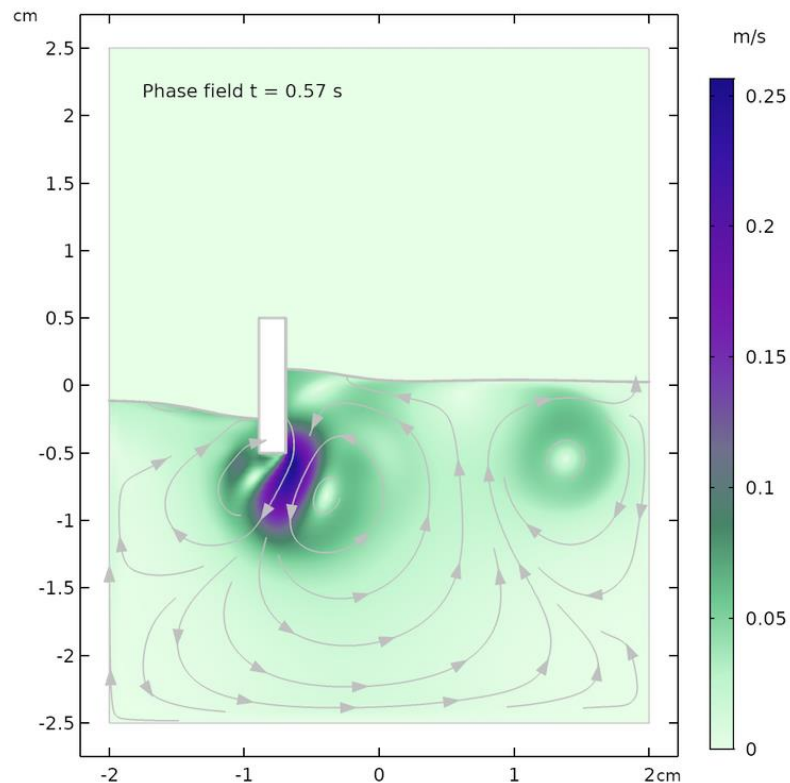
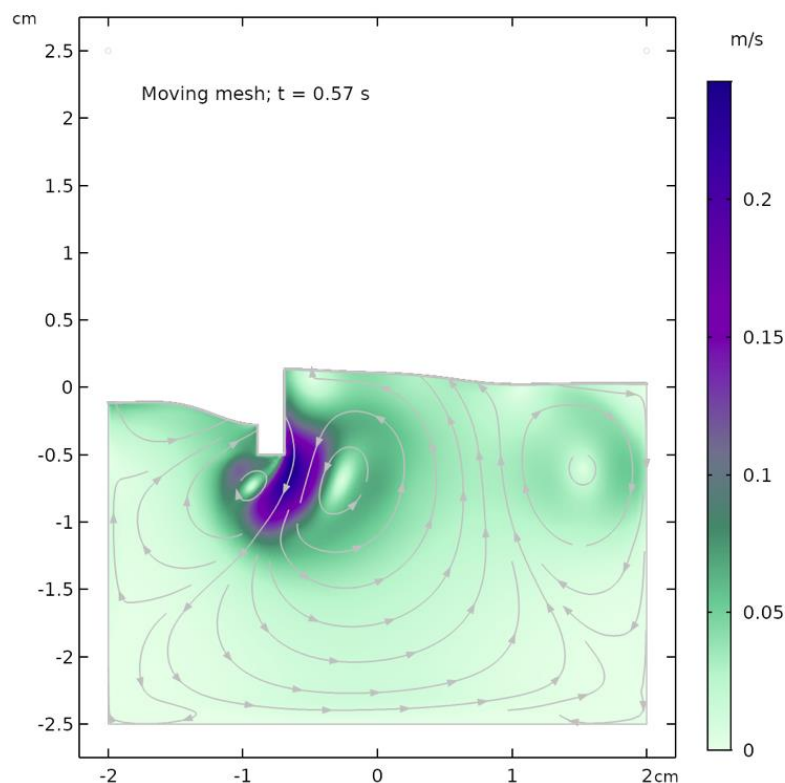
C1) Porovnání Moving mesh metody



Moving mesh metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

<https://www.comsol.com/blogs/modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics-with-moving-mesh/>

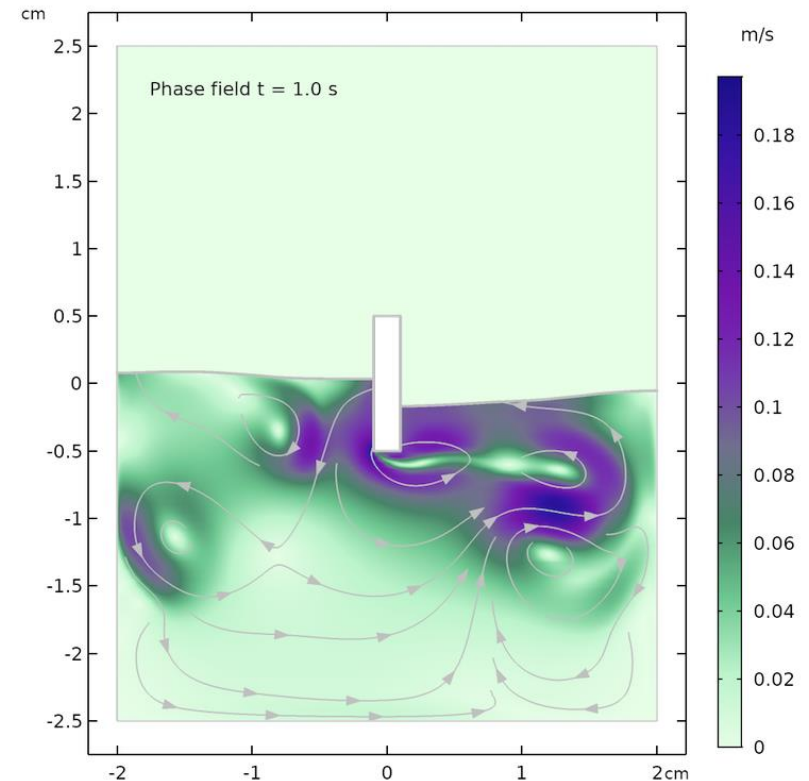
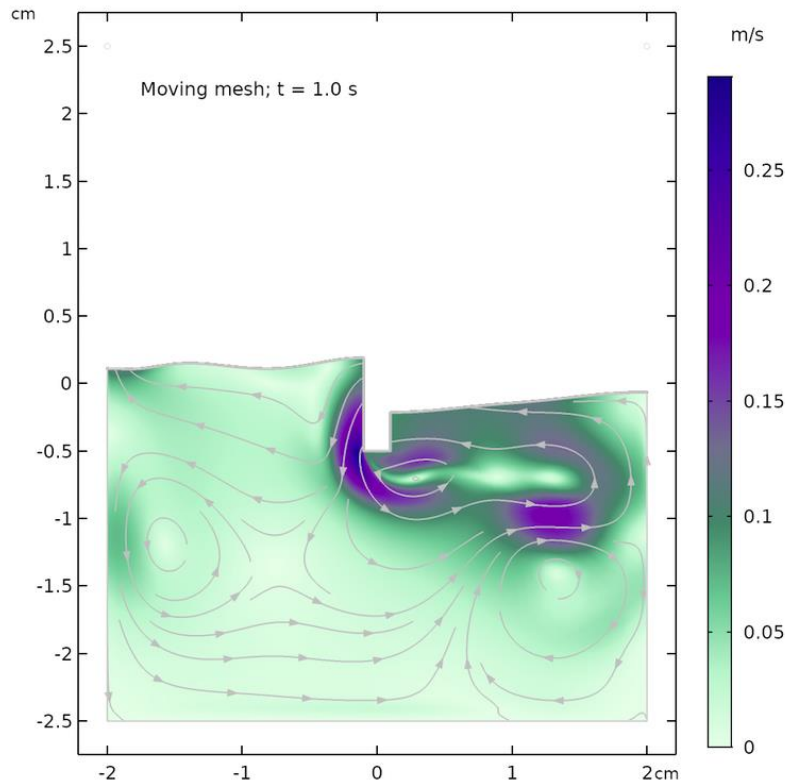
C1) Porovnání Moving mesh metody



Moving mesh metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

<https://www.comsol.com/blogs/modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics-with-moving-mesh/>

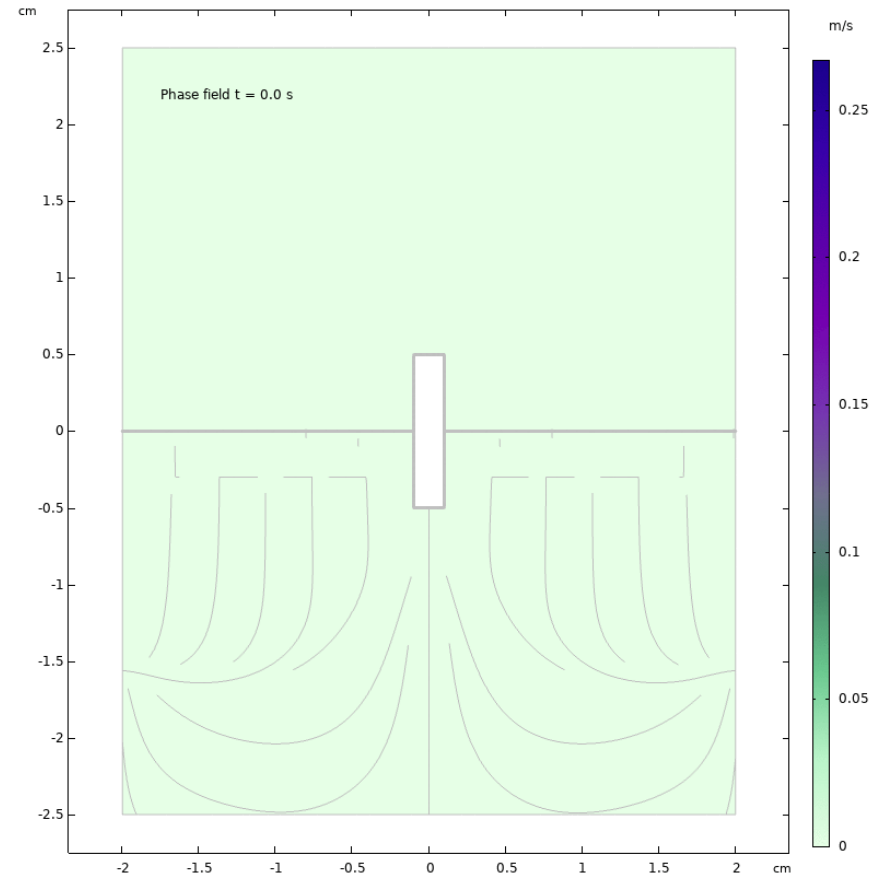
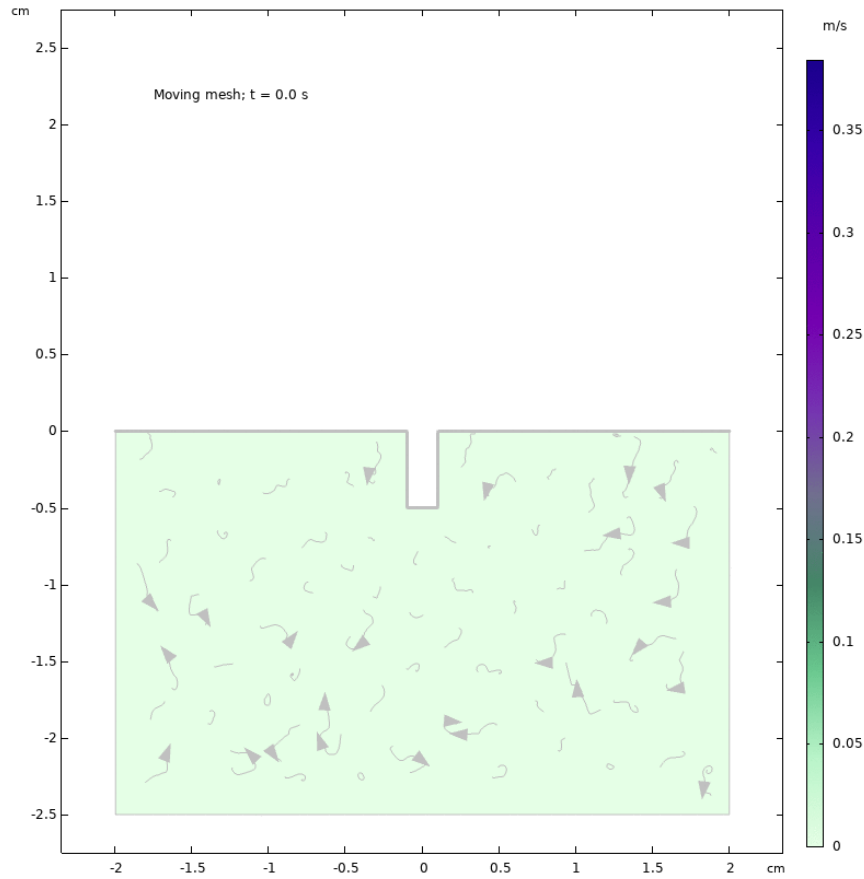
C1) Porovnání Moving mesh metody



Moving mesh metoda (vlevo), Phase-field (vpravo), zdroj:

<https://www.comsol.com/blogs/modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics-with-moving-mesh/>

C1) Porovnání Moving mesh metody



C2) Klady Moving mesh metody

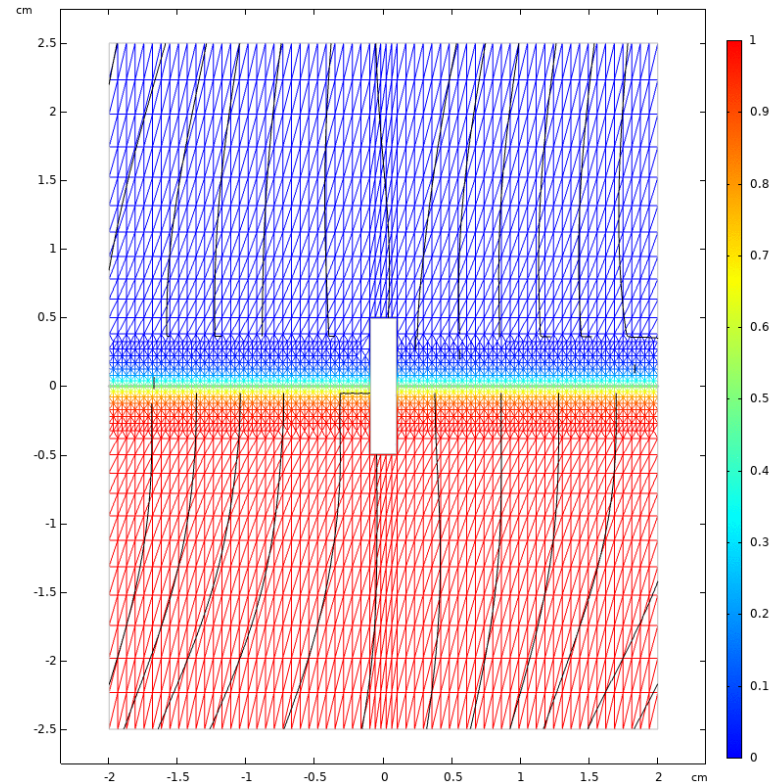
- Field-based metody a Moving mesh jsou zcela rozdílné
- Moving mesh má lepší poměr výpočetní náročnosti a přesnosti výsledků než Phase field metoda (kvůli absenci výpočtů ve vzduchu)
- Moving mesh umožňuje zadat povrchové (možno i jiné) síly přímo na rozhraní, které se chová jako BC.
- Moving Mesh lze používat pro Fluid Structure Interaction simulace

C3) Zápory Moving mesh metody

- Moving mesh nepočítá s prouděním na druhé straně rozhraní (lze provést – např. fluid-fluid podmínka v Microfluidics Module)
- Fázové rozhraní v uvedeném příkladu „vidí“ vzduch jako doménu s konstantním tlakem a nulovou rychlostí – žádné tlumení od vzduchu (lehce vyšší vlny atd.)
- Nemůže počítat s topologickými změnami rozhraní (tříštění, vlny...)

Adaptivní síťování

- Lze použít jen u Field-based metod
- Např. v místech, kde je:
 - velký gradient rychlosti
 - velký gradient fázové funkce ϕ



Automatické přesíťování

- Lze použít ve všech metodách, když kvalita sítě klesne (např. aspect ratio, úhly)
- Zejména u Moving mesh metody se to může snadno stát

Závěr

- Moving mesh je nejlepší volba pro výpočty bez topologických změn fázového rozhraní
- Phase Field metoda je nejlepší volba pro úlohy s topologickými změnami fázového rozhraní s efekty povrchového tření
- Level Set metoda je nejlepší volba pro úlohy s topologickými změnami fázového rozhraní se zanedbatelným povrchovým napětím

Zdroje

- www.comsol.com/blogs/two-methods-for-modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics/
- www.comsol.com/blogs/modeling-free-surfaces-in-comsol-multiphysics-with-moving-mesh/

Modely

- www.comsol.com/model/free-surfaces-with-level-set-phase-field-and-moving-mesh-a-comparison-62551
- www.comsol.com/model/rising-bubble-177
- www.comsol.com/model/drug-delivery-system-10278
- www.comsol.com/model/electrowetting-lens-10029

Modely

- www.comsol.com/model/capillary-filling-phase-field-method-1878